

Sull'enumerazione di meccanismi a vite

M. Cavacece

Università di Cassino, Cassino

E-mail:cavacece@unicas.it

E. Pennestrì

Università di Roma Tor Vergata, Roma

E-mail:pennestri@mec.uniroma2.it

L. Vita

Università di Roma Tor Vergata, Roma

E-mail:vita@ing.uniroma2.it

Keywords: Number synthesis, Enumeration of mechanisms, Screw mechanisms

SUMMARY: Enumeration of mechanisms is classical field in kinematics. In this investigation it is addressed the problem of enumeration of screw mechanisms. It has been proposed a new method of enumeration of these mechanism class and somewhat new kinematic chains have been discovered. The method based on some noteworthy relations deduced by R. Kraus, makes use of the polynomial characteristic isomorphism test adapted for labeled graphs.

1 INTRODUZIONE

L'analisi della struttura cinematica dei meccanismi costituisce un importante settore di ricerca, soprattutto ai fini dell'individuazione sistematica di innovative soluzioni costruttive. In epoca moderna, è a F. Reuleaux [2] che si deve l'impostazione su basi scientifiche del problema dell'analisi della struttura cinematica dei meccanismi, della loro rappresentazione in forma schematica, nonché della rispettiva enumerazione. Per quasi mezzo secolo gli studiosi Tedeschi di Cinematica hanno fornito importanti e notevoli contributi nel settore della progettazione sistematica grazie alla deduzione di relazioni caratterizzanti la struttura cinematica di varie classi di meccanismi.

Nel presente articolo la tecnica di enumerazione proposta da R. Kraus [3, 4], apparentemente poco nota sia a livello accademico che industriale, viene modificata per applicarla alle catene cinematiche con parametro λ di mobilità ridotto. La tecnica fu originariamente impostata così da consentire un'enumerazione manuale di catene cinematiche. Ciò è comprensibile poiché agli inizi degli anni '50, epoca in cui furono pubblicati i testi citati, non erano diffusamente disponibili mezzi di calcolo automatico. Tuttavia, la generalità della trattazione non ne soffre affatto, per cui, grazie ad opportune modifiche, può essere impiegata anche nell'impostazione di metodologie di enumerazione di catene cinematiche etichettate fondate sull'impiego di procedure computerizzate.

Con riferimento al problema di cui al titolo del presente lavoro, si osserva che i risultati dell'enumerazione di meccanismi a vite costituiti da 3 membri, originariamente presentati da W. Jahr [5], sono stati più recentemente riportati anche da P.W. Jensen [6].

Richiamata la tecnica di enumerazione di Kraus valida per meccanismi spaziali e piani, si procede all'enumerazione di catene cinematiche a 4 e 5 membri ad un g.d.l. in cui siano presenti coppie elicoidali, problema che non sembra sia stato affrontato in maniera sistematica. Per la verifica dell'isomorfismo ci si è avvalsi del noto criterio del polinomio caratteristico (e.g. [1]), applicato però ad una matrice delle adiacenze i cui elementi contengono le informazioni circa la natura delle coppie cinematiche presenti. Una volta individuate le catene cinematiche si sono enumerati i meccanismi non isomorfi che da queste discendono.

2 STRUTTURA CINEMATICA DI MECCANISMI SPAZIALI

Com'è noto, la formula di Kutzbach per il calcolo dei g.d.l. v nei meccanismi spaziali assume l'espressione

$$v = \lambda(n - 1) - \sum_j (6 - f) \quad (1)$$

in cui

- n è il numero totale di membri;
- f il g.d.l. della generica coppia cinematica;
- λ , parametro di mobilità (usualmente 6 per meccanismi spaziali, oppure 3 per meccanismi piani o sferici);

mentre la sommatoria è estesa a tutte le j coppie cinematiche presenti nel meccanismo.

Sia i membri che le coppie cinematiche possono suddividersi in due categorie:

- a) adiacenti al telaio;
- b) non adiacenti al telaio o intermedi.

Un membro dicesi *adiacente al telaio* se collegato a questo mediante una coppia cinematica. Similmente, una coppia cinematica dicesi *adiacente al telaio* se uno dei suoi elementi cinematici è proprio il membro telaio.

Pertanto, potremo scrivere l'uguaglianza

$$n = 1 + w + n_0, \quad (2)$$

in cui

- w è il numero dei membri adiacenti al telaio;
- n_0 è il numero dei membri non adiacenti, ovvero *intermedi*.

Indicati con

- f_w il g.d.l. della generica coppia cinematica adiacente al telaio;
- f_0 il g.d.l. della generica coppia cinematica intermedia;

sarà

$$\sum f = \sum f_w + \sum f_0. \quad (3)$$

Ciò premesso, si può stabilire l'uguaglianza ($\lambda = 6$)

$$\sum (6 - f) = 6w - \sum f_w + 6s_0 - \sum f_0, \quad (4)$$

in cui s_0 è il numero delle coppie cinematiche intermedie.

Pertanto, dalla (1), tenuto conto delle (2) e (4), si ha

$$v = \sum f_w + \sum f_0 - 6(s_0 - n_0). \quad (5)$$

Introduciamo il numero z dei circuiti indipendenti in cui il membro telaio non è presente. Grazie alla corrispondenza grafi-meccanismi, scriveremo

$$z = s_0 - (n_0 + w) + 1, \quad (6)$$

cosicché

$$\sum f_0 = 6(z + w - 1) + v - \sum f_w. \quad (7)$$

Il numero degli elementi cinematici presenti nelle coppie cinematiche intermedie vale

$$2s_0 = \sum x n_x + \sum (x - 1) w_x, \quad (8)$$

ove

- n_x numero di membri intermedi al telaio con molteplicità pari ad x ;
- w_x numero di membri adiacenti con molteplicità pari ad x .

3 LIMITAZIONI SUL NUMERO DI COPPIE CINEMATICHE, TIPOLOGIE DI MEMBRI, CIRCUITI INDIPENDENTI

Dalla combinazione della (6) e della (8), tenuto conto della condizione

$$n_0 = \sum n_x, \quad (9)$$

si ha

$$2 \sum n_x + 2z + 2 \sum w_x = \sum x n_x + \sum (x-1) w_x,$$

per cui

$$\sum (x-2) n_x + \sum (x-3) w_x - 2z + 2 = 0,$$

ovvero, essendo

$$\sum (x-2) n_x = (2-2)n_2 + (3-2)n_3 + \sum_4 (x-2) n_x,$$

segue la relazione

$$n_3 = 2z - 2 - \sum_4 (x-2) n_x - \sum (x-3) w_x, \quad (10)$$

che fornisce il numero di membri ternari appartenenti all'insieme dei membri intermedi.

In modo analogo, sostituendo n_3 nella (9), segue

$$n_2 = n_0 + 2(1-z) + \sum_4 (x-3) n_x - \sum (x-3) w_x. \quad (11)$$

Quest'ultima, stante la (6), si riscrive nella forma

$$n_2 = s_0 + 3(1-z) + \sum_4 (x-3) n_x + \sum (x-4) w_x. \quad (12)$$

Essendo $n_2 \geq 0$, dovrà essere rispettata la disuguaglianza

$$s_0 \geq 3(z-1) - \sum_4 (x-3) n_x - \sum (x-4) w_x \quad (13)$$

sul numero di coppie cinematiche intermedie.

Inoltre, dalla (10) segue

$$z = 1 + \frac{n_3}{2} + \frac{1}{2} \sum_4 (x-2) n_x + \frac{1}{2} \sum (x-3) w_x, \quad (14)$$

cosicché il minimo valore di z vale

$$z \geq 1 + \frac{1}{2} \sum (x-3) w_x. \quad (15)$$

Infine, dovendo essere $n_3 \geq 0$, sarà rispettata la disuguaglianza

$$\sum_4 (x-2) n_x \leq 2(z-1) - \sum (x-3) w_x. \quad (16)$$

4 STRUTTURA CINEMATICA DI MECCANISMI PIANI

La precedente trattazione può essere particolarizzata per i meccanismi piani quando si imponga $\lambda = 3$ per il parametro di mobilità. In tal caso, la formula di Kutzbach si semplifica nell'espressione

$$\sum (3-f) = 3(n-1) - v,$$

ovvero

$$v = 3(n-1) - \sum (3-f). \quad (17)$$

Posto $f = 1$ e $\sum(3 - f) = 2s$, dalla (17) segue la nota formula di Grübler

$$v = 3(n - 1) - 2s \quad (18)$$

D'altro canto, essendo

$$n = 1 + w + n_0, \quad (19)$$

$$s = w + s_0, \quad (20)$$

la (18) fornisce

$$v = w + 3n_0 - 2s_0. \quad (21)$$

Sempre per i meccanismi piani varranno le uguaglianze

$$\sum f_0 = s_0, \quad (22)$$

$$\sum f_w = w, \quad (23)$$

per cui dalla (7) segue

$$s_0 = 3(z - 1) + 2w + v, \quad (24)$$

ovvero, grazie alla (6),

$$n_0 = 2(z - 1) + w + v. \quad (25)$$

In virtù di quest'ultima relazione, la (11) si particolarizza nella seguente

$$n_2 = v + \sum_4 (x - 3) n_x + \sum (x - 2) w_x. \quad (26)$$

5 STRUTTURA DI CATENE CINEMATICHE CON PARAMETRO DI MOBILITÀ $\lambda=2$

Vi è una classe di meccanismi piani in cui il parametro di mobilità è pari a 2. Ad esempio, se un meccanismo è costituito esclusivamente da coppie prismatiche i suoi membri dovranno eseguire solo delle traslazioni, dunque $\lambda = 2$. A questa classe apparterranno anche i meccanismi piani in cui sono presenti coppie elicoidali ad assi coincidenti. È opportuno quindi estendere le relazioni di Kraus per l'analisi della struttura cinematica a questa particolare classe di meccanismi e, successivamente, procedere all'enumerazione dei medesimi.

Per $\lambda=2$, la formula di Kutzbach si riduce a

$$v = 2(n - 1) - \sum(2 - f),$$

ovvero, indicato con s il numero totale di coppie cinematiche presenti, sarà

$$v = 2(n - 1) - s. \quad (27)$$

Inoltre, posto

$$n = 1 + w + n_0, \quad (28)$$

$$s = w + s_0, \quad (29)$$

la (27) fornisce

$$v = w + 2n_0 - s_0. \quad (30)$$

Inoltre, essendo

$$w = \sum f_w,$$

$$s_0 = \sum f_0,$$

dalla

$$\sum f_0 = 2(z + w - 1) + v - \sum f_w, \quad (31)$$

corrispondente alla (7) per i meccanismi spaziali, si ha

$$s_0 = 2(z - 1) + w + v, \quad (32)$$

da cui

$$n_0 = z + v - 1. \quad (33)$$

Le relazioni (10) ed (11)

$$n_3 = 2z - 2 - \sum_4 (x - 2)n_x - \sum (x - 2)w_x,$$

$$n_2 = n_0 + 2(1 - z) + \sum_4 (x - 3)n_x - \sum (x - 3)w_x,$$

restano invariate in quanto nella loro deduzione non interviene il parametro λ di mobilità. L'ultima relazione, tuttavia, può essere riscritta nella forma

$$n_2 = 1 - z + v + \sum_4 (x - 3)n_x - \sum (x - 3)w_x. \quad (34)$$

quando si tenga conto della (33).

Similmente, le disuguaglianze (15) ed (16) manterranno la rispettiva validità anche per un ridotto valore del parametro di mobilità.

6 ENUMERAZIONE DI CATENE CINEMATICHE A VITE

Le formule presentate nel precedente paragrafo possono impiegarsi per l'enumerazione delle strutture cinematiche caratterizzate da parametro di mobilità $\lambda = 2$, quali, ad esempio:

- meccanismi con solo coppie prismatiche;
- meccanismi con solo coppie elicodali;
- meccanismi con coppie elicoidali, rotoidali e prismatiche.

Si osserva che nel presente lavoro ci si distacca dall'approccio di Kraus che individua, a priori, il membro telaio (vertice a del grafo) per cui si procederà inizialmente all'enumerazione di catene cinematiche.

I dati da fornire per poter iniziare l'enumerazione sono costituiti da:

- numero w dei membri intermedi e loro grado di molteplicità;
- grado di libertà v del meccanismo;
- numero z dei circuiti indipendenti.

Caso A: $w = 2w_2$, i due membri adiacenti sono ambedue binari, $v = 1$, $z \geq 0$.

Caso A1 $z = 0$, $s_0=1$, $n_0=0$ (v. Figura 1a)

Caso A2 $z = 1$, $n_{max}=1$, $n_4, s_0=3$, $n_0=1$, $n_3=2$, $n_2=-1$. NON ESISTE.

Caso B: $w = 2w_2 + 1w_3$, i due membri binari ed uno ternario, $v = 1$, $z \geq 0$.

Caso B1 $z = 0$, $s_0=2$, $n_0=0$ (v. Figura 1b)

Caso B2 $z = 1$, $n_2=-1$. NON ESISTE.

Caso C: $w = 3w_2$, i membri adiacenti sono tre e tutti binari, $v = 1$, $z \geq 0$.

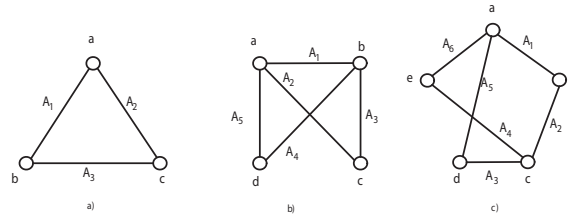


Figura 1: Grafi di catene cinematiche piane ad 1 g.d.l. con coppie elicoidali

Caso C1 $z = 0, s_0=3, n_0=1, n_3=1, n_2=0$ (v. Figura 1c)

Per condurre l'enumerazione:

- si stabilisce la natura delle coppie cinematiche presenti;
- si etichettano i lati del grafo rappresentante la catena cinematica in tutti i modi non equivalenti;
- si eliminano le soluzioni isomorfe e non soddisfacenti dal punto di vista cinematico.

Nella presente indagine tali fasi sono state eseguite secondo modalità e criteri differenti da quelli previsti da Kraus, così da avvalersi di procedure automatiche e garantire l'eshaustività dei risultati. La Figura 6 riassume le fasi qui impiegate.

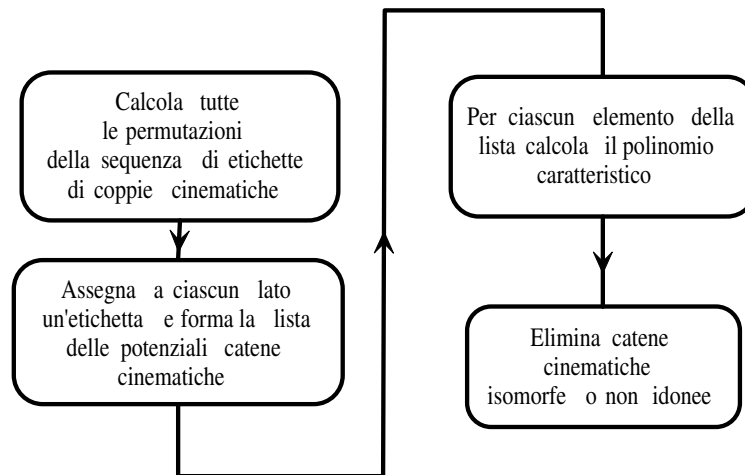


Figura 2: Flow chart del programma di enumerazione sviluppato

7 ENUMERAZIONE DI CATENE CINEMATICHE PIANE AD 1 g.d.l., 3 MEMBRI E 1 COPPIA ELICOIDALE

Come mostrato in Figura 1a, per $\lambda = 2$, la più semplice catena è formata da 3 membri e 3 coppie cinematiche (R=Rotoidale, P=Prismatica, S=Elicoidale) ad un grado di libertà. Nell'enumerazione si può distinguere una *forma piena* ed una *forma cava* dell'elemento cinematico che concorre a formare la generica coppia cinematica [5, 6]. Per ciascuno dei membri a, b e c i membri che compongono la catena cinematica, possono presentarsi quattro combinazioni di elementi cinematici, per cui, in totale, vi saranno 12 morfologie di membri, così come mostrato in Figura 3. Considerate non equivalenti le forme costruttive elencate nella Figura 3, le combinazioni di queste danno luogo ad 8 catene cinematiche, così come specificato nella Tabella 3.

Tabella 1: Forme costruttive degli elementi cinematici

Coppia cinematica	Forma Piena	Simbolo	Forma cava	Simbolo
Elicoidale	Vite	S^+	Madrevite	S^-
Rotoidale	Perno	P^+	Foro cilindrico	P^-
Prismatica	Pistone	P^+	Glifo	P^-

Tabella 2: Combinazioni di elementi cinematici per i membri della catena cinematica

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
$a_1: R^+ S^+$	$b_5: S^+ P^+$	$c_9: P^+ R^+$
$a_2: R^+ S^-$	$b_6: S^+ P^-$	$c_{10}: P^+ R^-$
$a_3: R^- S^+$	$b_7: S^- P^+$	$c_{11}: P^- R^+$
$a_4: R^- S^-$	$b_8: S^- P^-$	$c_{12}: P^- R^-$

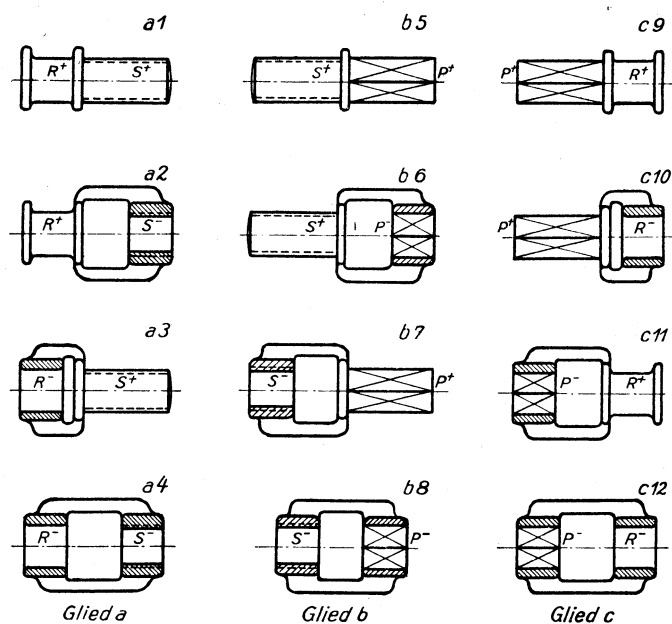


Figura 3: Forme costruttive degli elementi cinematici dei membri formanti coppie elicoidali [5]

Tabella 3: Catene cinematiche non isomorfe

Catena cinematica	Membri	Catena cinematica	Membri
I	a_1 b_7 c_{12}	V	a_3 b_7 c_{11}
II	a_1 b_8 c_{10}	VI	a_3 b_8 c_9
III	a_2 b_5 c_{12}	VII	a_4 b_5 c_{11}
IV	a_2 b_6 c_{10}	VIII	a_4 b_6 c_9

8 ENUMERAZIONE DI CATENE CINEMATICHE PIANE AD 1 g.d.l., 4 MEMBRI E COPPIE ELICOIDALI

Si è ipotizzato che nel meccanismo siano presenti due coppie elicoidali, due coppie prismatiche ed una coppia rotoidale. Il programma di calcolo sviluppato secondo il flowchart di Figura 6 tra le trenta possibili permutazioni della lista $\{A\} \equiv \{SSPPR\}$, ovvero tra i trenta possibili modi di etichettare il grafo a quattro vertici e cinque lati, ha enucleato le seguenti nove liste non isomorfe:

$$\begin{aligned} \{A\}_1 &\equiv \{SPPSR\}, & \{A\}_2 &\equiv \{SPSPR\}, & \{A\}_3 &\equiv \{SPSRP\}, \\ \{A\}_4 &\equiv \{PSPSR\}, & \{A\}_5 &\equiv \{PSPRS\}, & \{A\}_6 &\equiv \{PSSPR\}, \\ \{A\}_7 &\equiv \{RSPPS\}, & \{A\}_8 &\equiv \{RSPSP\}, & \{A\}_9 &\equiv \{RSSPP\}. \end{aligned}$$

Il test di isomorfismo del polinomio caratteristico è stato applicato alla *matrice delle adiacenze etichettate* in modo da considerare la natura delle coppie cinematiche (lati del grafo). Quest'ultima, ad esempio, nel caso della lista $\{A\}_1$, assume la forma

$$[M] = \begin{bmatrix} 0 & S & P & R \\ S & 0 & P & S \\ P & P & 0 & 0 \\ R & S & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (35)$$

Sono da eliminare dall'elenco delle catene cinematiche quelle in cui i membri binari sono adiacenti a due coppie prismatiche (catene e 1 e 9 della Figura 4). In tal caso, infatti, vi sarà un g.d.l. non controllabile costituito dalla traslazione del membro binario lungo l'asse delle coppie.

Sempre con riferimento alla Figura 4, le rimanenti catene possono dividersi in due categorie:

- quelle in cui lo spostamento relativo tra due membri è proporzionale alla differenza tra i passi delle coppie elicoidali (2,3,6,7);
- quelle in cui lo spostamento non soddisfa il precedente requisito e, dunque, presentano minore interesse dal punto di vista della funzionalità cinematica (4,5,8).

Gli atlanti di meccanismi consultati [2, 7, 9, 10, 11, 12, 6] riportano prevalentemente meccanismi a tre membri e, talvolta, la catena cinematica 7, mentre le rimanenti tre strutture cinematiche sembrano originali.

9 ENUMERAZIONE DI CATENE CINEMATICHE AD 1 g.d.l., 5 MEMBRI E COPPIE ELICOIDALI

Si è ipotizzato che nel meccanismo siano presenti due coppie prismatiche, due coppie rotoidali e due coppie elicoidali. Il programma di calcolo sviluppato secondo il flowchart di Figura 6 tra le sessanta possibili permutazioni della lista $\{A\} \equiv \{SSSPR\}$ ha enucleato le seguenti sei liste non isomorfe:

$$\begin{aligned} \{A\}_1 &\equiv \{SPPSRS\}, & \{A\}_2 &\equiv \{SPPSSR\}, & \{A\}_3 &\equiv \{SPPRSS\}, \\ \{A\}_4 &\equiv \{SPSRPS\}, & \{A\}_5 &\equiv \{SPSRSP\}, & \{A\}_6 &\equiv \{SSPRPS\} \end{aligned}$$

Le corrispondenti catene cinematiche sono state schematizzate in Figura 5, tranne quella relativa alla lista $\{A\}_6$ poiché presenta un membro binario adiacente a due coppie prismatiche.

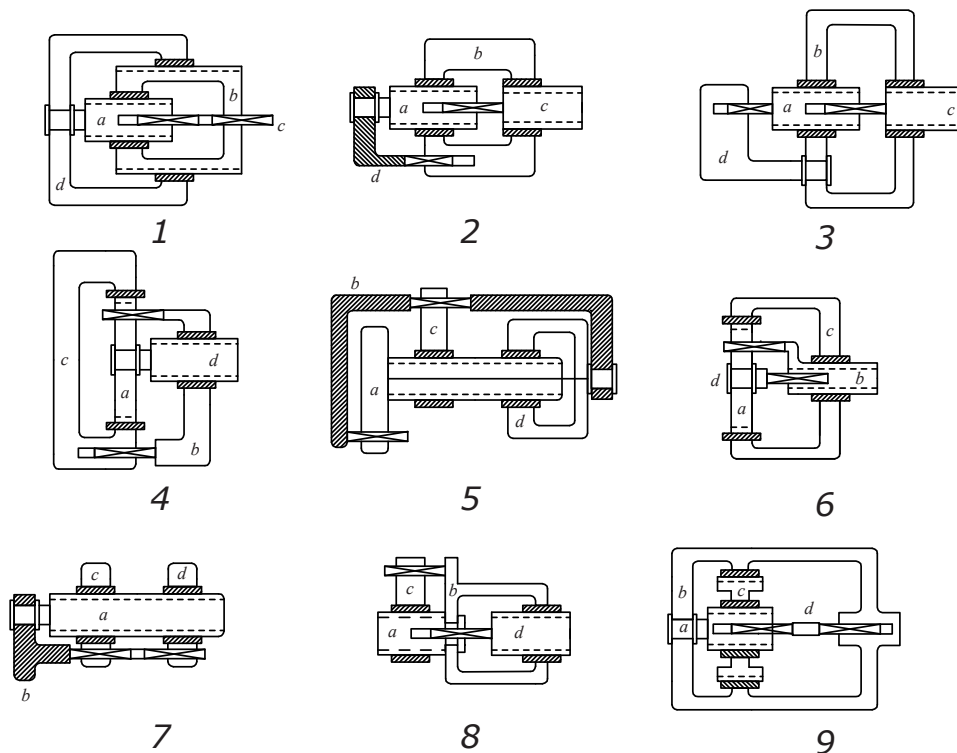


Figura 4: Catene cinematiche PPSSR di meccanismi a 4 membri

10 ENUMERAZIONE DI MECCANISMI

Una volta enumerate le catene cinematiche è interessante riconoscere, per ciascuna di esse, il numero di meccanismi non isomorfi che da tali catene cinematiche discendono.

In generale, il numero di meccanismi strutturalmente non isomorfi non è identicamente uguale al numero di membri che costituisce il meccanismo stesso. La maggior parte dei contributi che si ritrovano in letteratura è rivolta all'enumerazione di catene cinematiche più che ai meccanismi che si ottengono per inversione cinematica. Ad esempio, un risultato notevole, valido per le 230 catene cinematiche non etichettate a 10 membri ed 1 g.d.l., su cui i ricercatori ormai concordano, è che da queste si ottengono 1834 meccanismi [13, 14, 15].

È da osservare, al riguardo, che i test di isomorfismo [13, 14, 15] tra inversioni di un'assegnata catena cinematica si limitano a considerare catene cinematiche non etichettate. Nel caso in argomento, tuttavia, è necessario includere nel test di isomorfismo questa ulteriore informazione. Per questo motivo, si è modificato il test proposto da Mruthyunjaya e Raghavan [13] applicandolo alla matrice delle adiacenze etichettate.

Con riferimento alla Figura 4, tutte le inversioni delle catene cinematiche 2, 3 e 6 sono da ritenersi non isomorfe, cioè i meccanismi che si ottengono rendendo telaio strutturale¹ uno qualsivoglia dei uno qualsivoglia dei membri sono da considerarsi non equivalenti. Ciò vale anche per la catena cinematica 7, ad eccezione dei membri *c* e *d*. Le inversioni cinematiche rispetto a tali membri sono infatti da ritenersi isomorfe.

Con riferimento alla Figura 5, tutte le inversioni delle catene cinematiche 1, 4, 5 sono da considerarsi non isomorfe. Ciò vale anche per le catene cinematiche 2 e 3 con l'eccezione delle inversioni rispetto ai membri *b* e *d*.

¹Dicesi *telaio strutturale* il membro fisso del meccanismo allorché questo sia considerato nel suo reale funzionamento. Viceversa, dicesi *telaio cinematico* quel membro rispetto al quale si considera il moto relativo di un altro membro del meccanismo. v. [1], p.178

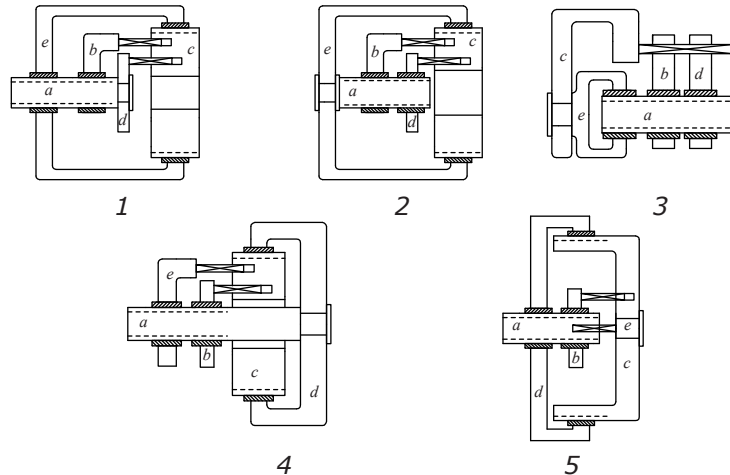


Figura 5: Catene cinematiche PPSSSR di meccanismi a 5 membri

11 CONCLUSIONI

È stata presentata una metodologia per l'enumerazione di catene cinematiche e meccanismi caratterizzati da parametro di mobilità $\lambda = 2$. A tale categoria appartengono i meccanismi con membri animati da moto piano ed in cui siano presenti coppie cinematiche rotoidali, prismatiche ed elicoidali.

La metodologia proposta si avvale della teoria di Kraus per la definizione delle caratteristiche della struttura cinematica, del criterio del polinomio caratteristico per il test di isomorfismo e del criterio di Mruthynjaya e Raghavan per il test di isomorfismo tra le inversioni cinematiche. Ambedue i suddetti criteri sono stati applicati alla matrice delle adiacenze etichettate. L'enumerazione qui descritta ha condotto alla definizione di meccanismi la maggior parte dei quali non erano noti in letteratura.

Riferimenti bibliografici

- [1] Di Benedetto, A., Pennestrì, E., *Introduzione alla Cinematica dei Meccanismi*, Casa Editrice Ambrosiana, Milano, vol.I, 1993.
- [2] Reuleaux, F., *Kinematics of Machinery*, Traduzione di A.B.W. Kennedy, Reprint of Dover Publications, New York.
- [3] Kraus, R., *Getriebelehre*, Verlag Technik, Berlin 1951.
- [4] Kraus, R., *Gründlagen des Systematischen Getriebeaufbaus*, Verlag Technik, Berlin 1952.
- [5] Jahr, W., Knechtel, P., *Grundzüge der Getriebelehre*, Dr. Max Jänecke, Verlagbuchshandlung, Leipzig, 1930, pp.140-166.
- [6] Jensen, P.W., *Classical and Modern Mechanisms for Engineers and Inventors*, Marcel Dekker, New York, 1991, pp.328-347.
- [7] Brown, H.T., *Five Hundred and Seven Mechanical Movements*, 1868 (Meccanismo n.266).
- [8] Giambrocono, A., *I Meccanismi Pratici*, Ufficio Brevetti Internazionali, Napoli, 1926, p.185.
- [9] Malavasi, C., *750 Meccanismi*, Ed. Ulrico Hoepli, Milano, 1946, p.113 (meccanismo n.301).

- [10] Barber, T.W., *The Engineers Sketch Book*, Chemical Publishing Co., New York, 1963.
- [11] Chironis, N.P., Sclater, N., *Mechanisms and Mechanical Devices Sourcebook*, McGraw-Hill, 1990, pp.191-194.
- [12] Artobolevsky, I.I., *Mechanisms in Modern Engineering Design*, MIR Publishers, Moscow, 1975, vol.II, pp.377-442.
- [13] Mruthyunjaya, T.S., Raghavan, M.R., Computer-Aided Analysis of the Structure of Kinematic Chains, *Mechanism and Machine Theory*, vol.19, 1984, pp.357-368.
- [14] Rao, A.C., Varada Raju, D., Application of the Hamming Number Technique to Detect Isomorphism Among Kinematic Chains and Inversions, *Mechanism and Machine Theory*, vol.26, 1991, pp.55-75.
- [15] Pennestrì, E., Letter to the Editor on Application of the Hamming Number Technique to Detect Isomorphism Among Kinematic Chains and Inversions, *Mechanism and Machine Theory*, vol.28, 1993, pp.721-724.