
ANALISI DI MECCANISMI SPAZIALI CON TOLLERANZE
GEOMETRICHE E DIMENSIONALI MEDIANTE UN APPROCCIO
BASATO SULL'ALGEBRA DUALE

E. Pezzuti, G. Piscopo, A. Ubertini, P.P. Valentini, L. Vita⁽¹⁾

Dipartimento di Ingegneria Meccanica

Università di Roma Tor Vergata

Via del Politecnico 1, 00133 Roma

⁽¹⁾vita@ing.uniroma2.it

Sommario/Abstract

La scelta delle tolleranze in fase di progettazione è un fattore che influenza notevolmente i costi di realizzazione dei componenti meccanici. Di conseguenza risulta essere particolarmente importante individuare quanto gli errori di realizzazione e di montaggio influiscano sul corretto funzionamento dell'intero meccanismo, tanto più se questo ha delle specifiche cinematiche da rispettare. Il presente lavoro, mediante una nuova metodologia di analisi cinematica dei meccanismi basata sull'algebra dei numeri duali, fornisce al progettista un valido strumento per operare la scelta ottimale di tolleranze geometriche e dimensionali da imporre. L'impiego dell'algebra duale ha elevati vantaggi nella modellazione di sistemi meccanici aventi giochi o errori geometrici, soprattutto nella modellazione dei disallineamenti nelle coppie cinematiche. Se paragonata alla più diffusa algebra vettoriale, consente infatti di definire in modo più compatto mediante un numero ridotto di parametri gli errori di forma o di montaggio. Questo risulta particolarmente conveniente considerando che tali errori sono introdotti nel modello assegnando casualmente, all'interno di un opportuno range, il valore alle variabili che li descrivono. È stato inoltre impiegato il metodo Monte Carlo per l'analisi statistica della variabilità di questi errori. La metodologia proposta è stata applicata alla modellazione di un giunto Cardanico. In particolare il giunto è stato schematizzato come un meccanismo RCCC, le tolleranze geometriche mediante dei parametri statistici con distribuzione Gaussiana e la presenza di giochi mediante due angoli duali aventi distribuzione statistica equiprobabile. Viene inoltre riportato l'andamento del rendimento del giunto in presenza di tolleranze geometriche e dimensionali.

Parole chiave: tolleranze geometriche e dimensionali, algebra duale, meccanismi spaziali

1. Introduzione

Come è noto la corretta scelta delle tolleranze è un problema di non facile soluzione. Se da una parte assegnare tolleranze strette permette di migliorare la qualità del prodotto finito e di assicurarne il corretto funzionamento, dall'altra determina un notevole incremento dei costi di realizzazione. Assegnare invece tolleranze meno restrittive potrebbe pregiudicare il corretto funzionamento con una conseguente perdita di rendimento.

Il compito dell'ingegnere può essere quindi riassunto in due differenti tipi di attività:

- **Analisi delle tolleranze.** Consiste in una stima del rendimento dell'assieme mediante un modello analitico. Devono essere presi in considerazione gli effetti che ciascun elemento ha sull'intero assieme in tutte le configurazioni da esso assunte.
- **Assegnazione delle tolleranze.** Consiste nell'assegnare e distribuire le tolleranze di ciascuna parte in modo da raggiungere il rendimento previsto e rispettare i vincoli di costi e di processo [1,2].

In generale, per poter effettuare una analisi delle tolleranze si ricorre a modelli lineari o non lineari del componente meccanico in esame. In questo modo può essere monitorata la variazione del rendimento dell'assieme al variare dei parametri di progetto. Può quindi essere definito "robusto" un progetto per cui le variazioni introdotte dal processo costruttivo non influenzano in modo sostanziale le funzionalità cinematiche del componente meccanico.

In questo articolo gli autori presentano una nuova metodologia per l'analisi delle tolleranze geometriche e dimensionali basata sull'algebra duale e sul metodo Monte Carlo per la gestione delle variabili statistiche. Si porta come esempio applicativo l'analisi di un giunto Cardanico con errori dimensionali e di montaggio. Questa scelta è stata motivata dalla rilevanza industriale che il giunto Cardanico ricopre, la metodologia proposta ben si adatta all'analisi di un qualsiasi altro sistema meccanico 3D. Il giunto è stato schematizzato come un meccanismo RCCC in cui le dimensioni principali sono state considerate come variabili statistiche con distribuzione Gaussiana. Sono state monitorate durante la simulazione le caratteristiche cinematiche del giunto ed il rendimento meccanico. Ciascun membro costituente il meccanismo è stato trattato come corpo rigido. L'impiego dell'algebra duale ha permesso di definire in modo semplice e compatto gli errori di montaggio e di realizzazione dei componenti meccanici. Ad esempio attraverso un unico parametro, l'angolo duale, è possibile definire in modo completo il disallineamento tra gli assi di una coppia cilindrica. Sebbene non sia la prima volta che l'algebra duale venga impiegata per l'analisi cinematica dei meccanismi spaziali con tolleranze dimensionali e geometriche (*e.g.* [3,4]), l'approccio proposto nel presente articolo per modellare le coppie cinematiche sembra essere innovativo.

Le metodologie proposte in letteratura per l'analisi delle tolleranze, possono essere racchiuse nelle seguenti tre categorie principali [5]:

- **Analisi del caso peggiore (worst case).** Il valore massimo e minimo associati a tutti i componenti di un assieme vengono impiegati per valutare il range di variazione delle caratteristiche cinematiche dell'assieme stesso [6].
- **Simulazione Monte Carlo.** Il progettista può condurre analisi statistiche delle grandezze stocastiche proprie del problema dell'analisi delle tolleranze. Il metodo Monte Carlo prevede la definizione di un set di n valori casuali da assegnare a ciascuna delle variabili stocastiche nell'equazioni risolutive del sistema. Queste equazioni sono così risolte n volte utilizzando ciascun valore casuale presente nel set scelto. I risultati così ottenuti possono essere esaminati mediante istogrammi e campioni statistici.
- **Statistico.** Distribuzioni statistiche possono essere impiegate per predire il rendimento di un dato assieme meccanico. Per questo tipo di analisi possono essere impiegate diverse metodologie: valore medio, sei sigma, RMS, etc.

In un problema di analisi delle tolleranze il progettista deve essere in grado di prevedere il comportamento ed il rendimento del sistema in corrispondenza di imprecise condizioni di input, e fornire di conseguenza progetti alternativi. Strumenti computazionali, come quello presentato in questo lavoro, possono essere di notevole aiuto al progettista per assolvere al compito richiestogli. Per questo motivo l'approccio statistico sembra essere quello migliore

per rappresentare e gestire l'incertezza dei dati legati all'analisi degli errori di realizzazione e montaggio.

2. Basi teoriche

Vengono richiamati alcuni fondamenti teorici dell'algebra duale utili per meglio comprendere la metodologia proposta [7]. Si definisce vettore linea o duale il vettore di tre componenti

$$\hat{V} = \vec{v} + \varepsilon \vec{w}, \quad (1)$$

dove ε rappresenta la parte duale ($\varepsilon^2 = 0$) e $\vec{w} = \vec{r} \times \vec{v}$ è il momento del vettore \vec{v} rispetto ad un punto O dello spazio. L'angolo duale è invece rappresentato dalla seguente espressione

$$\hat{\theta} = \theta + \varepsilon s, \quad (2)$$

dove, con riferimento a due rette sghembe a e b , θ è l'angolo tra le rette medesime ed s è la minima distanza.

Per quanto riguarda la modellazione del giunto Cardanico, è stato adattato l'approccio multibody proposto in [8, 9] all'algebra duale. In particolare si è definito per ciascun membro un riferimento ad esso solidale $O_i - x_i y_i z_i$ ($i=1,2,\dots,n$) i cui assi sono individuati dai versori $\{i\}, \{j\}$ e $\{k\}$ rispettivamente. A ciascuna coppia cinematica presente sul corpo è stato associato un altro sistema di riferimento Cartesiano $P_{i_k} - x_{i_k} y_{i_k} z_{i_k}$, detto riferimento del giunto. Il riferimento del giunto viene definito completamente mediante le coordinate, espresse nel riferimento locale del corpo, di tre punti: $P_{i_k} \equiv (P_x, P_y, P_z)$, $Q_{i_k} \equiv (Q_x, Q_y, Q_z)$, $R_{i_k} \equiv (R_x, R_y, R_z)$. Con riferimento alla Figura 1:

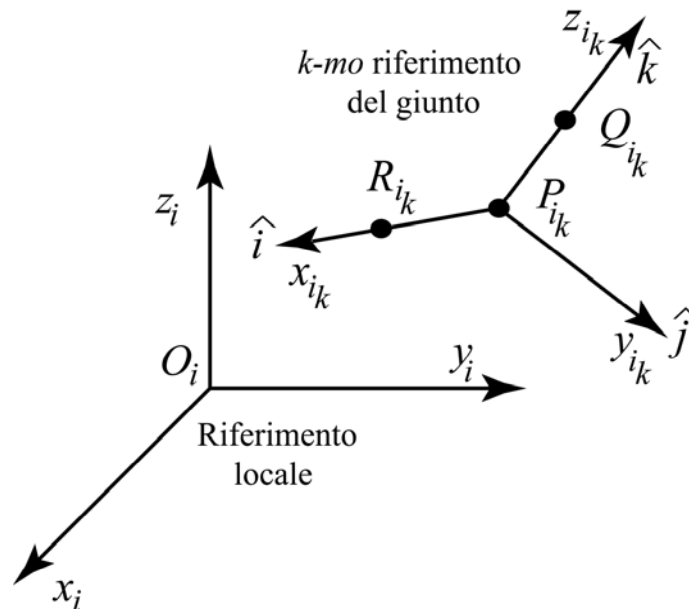


Figura 1. Riferimento del giunto

- il punto P_{i_k} rappresenta l'origine del riferimento del giunto;

- il punto R_{i_k} è a distanza unitaria dal punto P_{i_k} nella direzione dell'asse x_{i_k} ;
- il punto Q_{i_k} è a distanza unitaria dal punto P_{i_k} nella direzione dell'asse z_{i_k} ;
- l'asse y_{i_k} è ottenuto come prodotto vettoriale dei due assi precedentemente determinati.

Di conseguenza l'espressione duale dei versori degli assi del riferimento del giunto sarà

$$\{\hat{i}\} = \{i\} + \varepsilon [\widetilde{OP}] \{i\}, \quad (3)$$

$$\{\hat{k}\} = \{k\} + \varepsilon [\widetilde{OP}] \{k\}, \quad (4)$$

$$\{\hat{j}\} = \begin{bmatrix} 0 & -\hat{k}_z & \hat{k}_y \\ \hat{k}_z & 0 & -\hat{k}_x \\ -\hat{k}_y & \hat{k}_x & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{i}_x \\ \hat{i}_y \\ \hat{i}_z \end{Bmatrix}, \quad (5)$$

dove

$$[\widetilde{OP}] = \begin{bmatrix} 0 & -P_z & P_y \\ P_z & 0 & -P_x \\ -P_y & P_x & 0 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

La matrice di trasformazione dal sistema di riferimento del corpo ($O_i-x_i y_i z_i$) al riferimento del giunto ($P_{i_k}-x_{i_k} y_{i_k} z_{i_k}$) ha la seguente espressione

$$[\widehat{A}_i^{i_k}] = \begin{bmatrix} \hat{i}_x & \hat{j}_x & \hat{k}_x \\ \hat{i}_y & \hat{j}_y & \hat{k}_y \\ \hat{i}_z & \hat{j}_z & \hat{k}_z \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Avvalendosi di tale matrice è possibile definire l'espressione dell'equazione di chiusura del meccanismo RCCC in esame. Con riferimento alla Figura 2, si parte dal sistema di riferimento locale del corpo i^{mo} e si passa a quello della coppia 1; dal riferimento del giunto della coppia 1 si passa a quello della coppia 2; dal riferimento del giunto della coppia 2 sul corpo i^{mo} si passa al riferimento del giunto della coppia 1 del corpo $(i+1)^{mo}$; infine dal riferimento del giunto della coppia 1 del corpo $(i+1)^{mo}$ si passa al riferimento locale del corpo $(i+1)^{mo}$. Ripetendo il procedimento per tutti i corpi si ottiene l'equazione di chiusura:

$$\prod_{i=1}^4 [\widehat{A}_i^{i_1}] [\widehat{A}_{i_1}^{i_2}] [\widehat{A}_{i_2}^{(i+1)_1}] [\widehat{A}_{(i+1)_1}^{(i+1)}] = [I], \quad (8)$$

dove $i+1=1$ quando $i=4$.

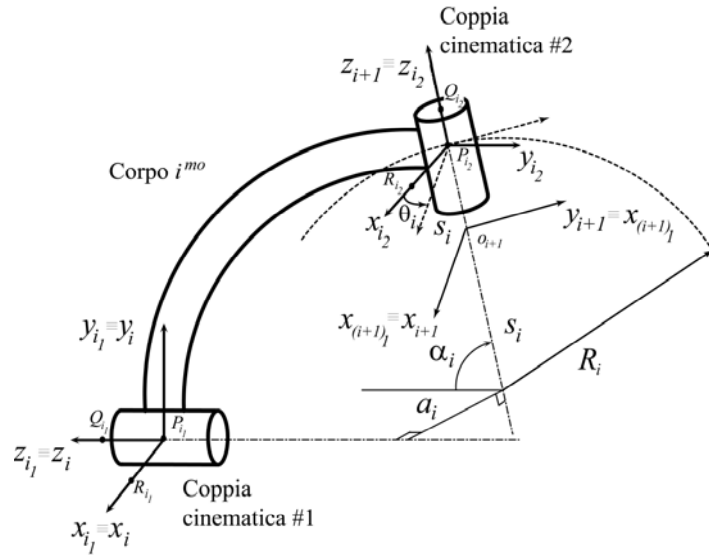


Figura 2. Sistemi di riferimento

3. Modellazione della coppia cilindrica

La coppia cilindrica che collega il corpo i al corpo j è composta da due elementi cinematici:

- il perno (corpo i);
- il foro (corpo j),

ad ognuno dei quali è associato un riferimento Cartesiano. Inoltre sul corpo i in corrispondenza del perno si definisce il k^{mo} riferimento del giunto come $P_{ik}-x_{ik} y_{ik} z_{ik}$; analogamente sul corpo j in corrispondenza del foro si definisce il k^{mo} riferimento del giunto come $P_{jk}-x_{jk} y_{jk} z_{jk}$. Facendo l'ipotesi di condizioni di funzionamento ideali l'asse z_{ik} e l'asse z_{jk} sono sempre collineari. Esprimendo la matrice di trasformazione duale dal primo sistema di riferimento del giunto al secondo come

$$\left[\widehat{A}_{ik}^{jk} \right] = \begin{bmatrix} \cos \widehat{\theta}_i & -\sin \widehat{\theta}_i & 0 \\ \sin \widehat{\theta}_i & \cos \widehat{\theta}_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

dove $\widehat{\theta}_i = \theta_i + \varepsilon s_i$ è l'angolo duale formato tra i versori \widehat{i}_{ik} e \widehat{i}_{jk} . Di conseguenza la matrice di trasformazione dal sistema di riferimento $O_i-x_i y_i z_i$, solidale al corpo i , al sistema di riferimento $O_j-x_j y_j z_j$, solidale al corpo j , sarà data da

$$\left[\widehat{A}_i^j \right] = \left[\widehat{A}_i^{ik} \right] \left[\widehat{A}_{ik}^{jk} \right] \left[\widehat{A}_{jk}^j \right]. \quad (10)$$

Rimovendo l'ipotesi di funzionamento ideale e facendo le seguenti assunzioni:

- gli elementi cinematici hanno due o infiniti di punti a contatto;
- quando i punti a contatto sono due, denominati B_1 e B_2 , questi giaceranno sulla circonferenza di bordo delle estremità del perno (Figura 3);

- sono imposte tolleranze geometriche di cilindricità e circolarità sia per il perno che per il foro;

vengono introdotti i giochi radiali nelle coppie cilindriche. A causa di questi giochi, la posizione del perno all'interno del foro sarà deviata rispetto a quella ideale. Questa deviazione rappresenta l'*errore di posizione*. Per poter descrivere analiticamente la presenza di giochi è necessario introdurre un altro sistema di riferimento Cartesiano $P_{i_k'-x_{i_k'}-y_{i_k'}-z_{i_k}'}$, che avrà l'asse z_{i_k}' sempre allineato con l'asse z_{j_k} . Il sistema di riferimento $P_{i_k-x_{i_k}-y_{i_k}-z_{i_k}}$ in condizioni ideali coincide con il sistema $P_{i_k'-x_{i_k'}-y_{i_k'}-z_{i_k}'}$, in presenza di giochi sarà invece necessario un moto elicoidale per poterlo ad esso sovrapporre (Figura 3).

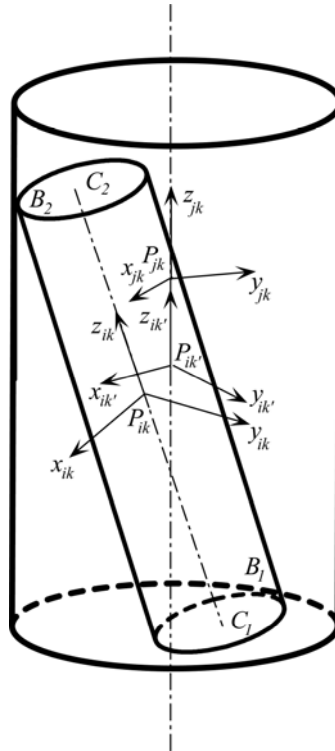


Figura 3. Coppia cilindrica in presenza di gioco

L'obiettivo è quello di dedurre le caratteristiche di questo moto elicoidale in funzione delle posizioni dei due punti di contatto B_1 e B_2 potendo così definire la matrice di trasformazione $\left[\widehat{A}_{i_k}^{i_k'} \right]$. A causa del disallineamento tra il perno ed il foro l'equazione (10) viene così modificata nella seguente

$$\left[\widehat{A}_i^j \right] = \left[\widehat{A}_i^{i_k} \right] \left[\widehat{A}_{i_k}^{i_k'} \right] \left[\widehat{A}_{i_k'}^{j_k} \right] \left[\widehat{A}_{j_k}^j \right]. \quad (11)$$

In Figura 4 a) viene riportato il piano Π ortogonale all'asse del foro e contenente il punto P_{i_k}' su cui sono proiettate le due sezioni di estremità del perno. E' da notare che le proiezioni delle due sezioni, che sarebbero due ellissi, sono state approssimate a due circonferenze. Questa approssimazione è alla base dei calcoli algebrici successivamente sviluppati. Con riferimento alla Figura 4 b) i punti C_1 e C_2 sono le proiezioni dei centri delle sezioni circolari delle estremità del perno, mentre i punti B_1 e B_2 sono le proiezioni dei due punti di contatto B_1 e B_2 . L'angolo β_{ij} è l'angolo formato tra le congiungenti B_1 e B_2 con il punto P_{i_k}' rispettivamente, l'angolo ξ_{ij} è quello formato tra la congiungente i punti P_{i_k} P_{i_k}' con l'asse x_{i_k}' .

Mediante questi due angoli è possibile definire completamente la disposizione del perno all'interno del foro.

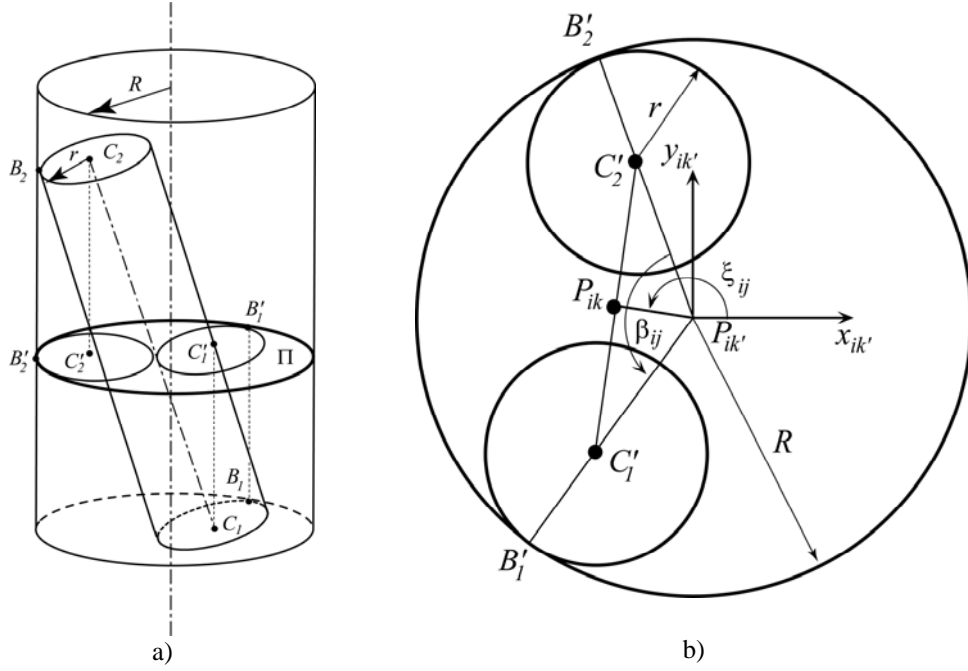


Figura 4. Parametri della coppia cilindrica con gioco

E' possibile quindi determinare le coordinate dei punti C_1 e C_2 nel sistema di riferimento $P_{ik}'-x_{ik}'-y_{ik}'-z_{ik}'$ come:

$$\begin{aligned} x_{C_1} = x_{C'_1} &\approx (R-r) \cos\left(\xi_{ij} + \frac{\beta_{ij}}{2}\right), \\ y_{C_1} = y_{C'_1} &\approx (R-r) \sin\left(\xi_{ij} + \frac{\beta_{ij}}{2}\right), \\ z_{C_1} &= -\frac{H}{2}, \end{aligned} \quad (12)$$

e

$$\begin{aligned} x_{C_2} = x_{C'_2} &\approx (R-r) \cos\left(\xi_{ij} - \frac{\beta_{ij}}{2}\right), \\ y_{C_2} = y_{C'_2} &\approx (R-r) \sin\left(\xi_{ij} - \frac{\beta_{ij}}{2}\right), \\ z_{C_2} &= \frac{H}{2}. \end{aligned} \quad (13)$$

In questo modo può essere definito il vettore duale

$$\widehat{C_1 C_2} = \overrightarrow{C_1 C_2} + \varepsilon \overrightarrow{P_{ik}'} \times \overrightarrow{C_1 C_2}, \quad (14)$$

dove $\overline{C_1 C_2} = \{x_{c_2} - x_{c_1} \quad y_{c_2} - y_{c_1} \quad z_{c_2} - z_{c_1}\}^T$, e per mezzo del quale si costruisce la matrice $\left[\widehat{A}_{ik}^{i'k'}\right]^1$. Risolvendo quindi l'equazione di chiusura (8) e le sue derivate rispetto al tempo vengono determinati tutti i parametri cinematici del meccanismo RCCC in esame in presenza degli errori di assemblaggio. Per poter determinare una distribuzione statistica di tali parametri mediante il metodo Monte Carlo bisogna risolvere la (8) e le sue derivate rispetto al tempo n volte, assegnando ogni volta valori casuali, all'interno del range di variazione previsto, a ciascuna variabile stocastica. In particolare gli angoli β_{ij} e ξ_{ij} sono considerati variabili stocastiche equiprobabili nel range $0^\circ \div 360^\circ$, per tutte le restanti variabili si è assunta una distribuzione Gaussiana con deviazione standard pari ad un sesto del massimo valore ammissibile nel range di variazione.

4. Esempio numerico

L'esempio numerico proposto si riferisce all'analisi di un giunto Cardanico modellato come un meccanismo RCCC (Figura 5).



Figura 5. Giunto Cardanico

I parametri nominali del meccanismo sono riassunti nella Tabella 1, dove H rappresenta la lunghezza del perno, ed il disallineamento tra l'albero di ingresso e quello di uscita è di 45° . Per consentire un confronto dei risultati ottenuti con quelli proposti in [11], sono stati adottati i medesimi sistemi di riferimento in modo tale da avere lo stesso significato per θ_i ed s_i . E' stata quindi condotta una analisi cinematica e successivamente un'analisi del rendimento in presenza di errori di assemblaggio.

¹ Per maggiori dettagli riguardo la deduzione e l'espressione di tale matrice si rimanda a [10].

Tabella 1. Parametri di Denavit-Hartenberg e variabili stocastiche

Corpo	α_i	a_i [mm]	R_i [mm]
1	$90^\circ \pm 0.1^\circ$	0 ± 0.1	10 ± 0.1
2	$90^\circ \pm 0.1^\circ$	0 ± 0.1	10 ± 0.1
3	$90^\circ \pm 0.1^\circ$	0 ± 0.1	10 ± 0.1
4	$135^\circ \pm 0.1^\circ$	0 ± 0.1	10 ± 0.1
H [mm]	Δr [mm]	β_{ij}	ξ_{ij}
10 ± 0.1	0 ± 0.06	$0^\circ \div 360^\circ$	$0^\circ \div 360^\circ$

4.1. Analisi cinematica

Con riferimento alla Figura 2 per ciascun membro i le coordinate dei punti che definiscono il sistema di riferimento del giunto, espresse nel riferimento del corpo saranno:

- Elemento cinematico della coppia 1 sul corpo i

$$\begin{aligned}
 P_i &\equiv \{0, 0, 0\}^T, \\
 R_i &\equiv \{1, 0, 0\}^T, \\
 Q_i &\equiv \{0, 0, 1\}^T,
 \end{aligned} \tag{15}$$

- Elemento cinematico della coppia 2 sul corpo i

$$\begin{aligned}
 P_{i_2} &\equiv \{a_i, R_i \sin \alpha_i, R_i (\cos \alpha_i - 1)\}^T, \\
 Q_{i_2} &\equiv \{a_i, (R_i + 1) \sin \alpha_i, (R_i + 1) \cos \alpha_i - R_i\}^T, \\
 R_{i_2} &\equiv \{1 + a_i, R_i \sin \alpha_i, R_i (\cos \alpha_i - 1)\}^T.
 \end{aligned} \tag{16}$$

La presenza di giochi è stata assunta nelle sole coppie cilindriche, la coppia rotoidale che unisce il membro movente con il telaio è stata considerata ideale. Inoltre la velocità angolare di input è pari a $\pi/2$ rad/s, e le variabili cinematiche incognite nell'analisi delle posizioni sono gli angoli duali $\hat{\theta}_i = \theta_i + \varepsilon s_i$ ($i=2,3,4$).

Per l'analisi statistica è stato implementato un generatore casuale di valori da assegnare alle variabili stocastiche (β_{ij} , ξ_{ij} e parametri di Denavit-Hartenberg) secondo i range riportati in Tabella 1. In particolare per ciascuna delle tre coppie cilindriche sono stati generati set di valori casuali delle variabili stocastiche. L'analisi cinematica è stata condotta per ogni configurazione assunta dal meccanismo per ciascun set di variabili. Per questo esempio sono stati impiegati 50 set, ed è stata inoltre condotta un'analisi di influenza del numero di set sul risultato ottenuto. Si è osservato che un incremento del numero di set rispetto a quello impiegato non comporta variazioni significative sul risultato. Nelle Figure 7-10 sono riportati i risultati dell'analisi condotta. In particolare la linea continua rappresenta il risultato per un

caso ideale senza errori di montaggio e tolleranze, la linea tratteggiata rappresenta invece il risultato in presenza di errori e tolleranze.

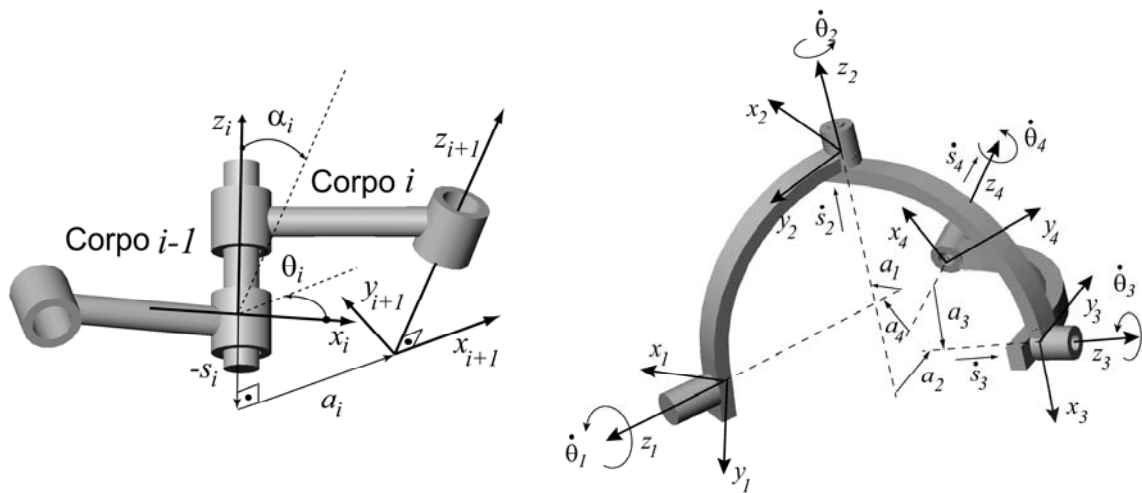


Figura 6. Parametri di Denavit-Hartenberg

Gli angoli, le posizioni e le velocità riportate sono ottenute come il valore medio dei risultati dei set impiegati. Come si può osservare dalla Figura 7 gli spostamenti angolari non sono molto influenzati dalla presenza di giochi o tolleranze dimensionali. Molto sensibili sono invece sia gli spostamenti lungo gli assi delle coppie cilindriche (Figura 8) che le velocità di traslazione lungo i medesimi (Figura 10). Le velocità angolari, come già osservato per gli spostamenti angolari, non risentono molto di condizioni di funzionamento non ideali, tranne la velocità angolare di output ω_4 , che è influenzata in modo significativo dalla presenza di errori (Figura 9).

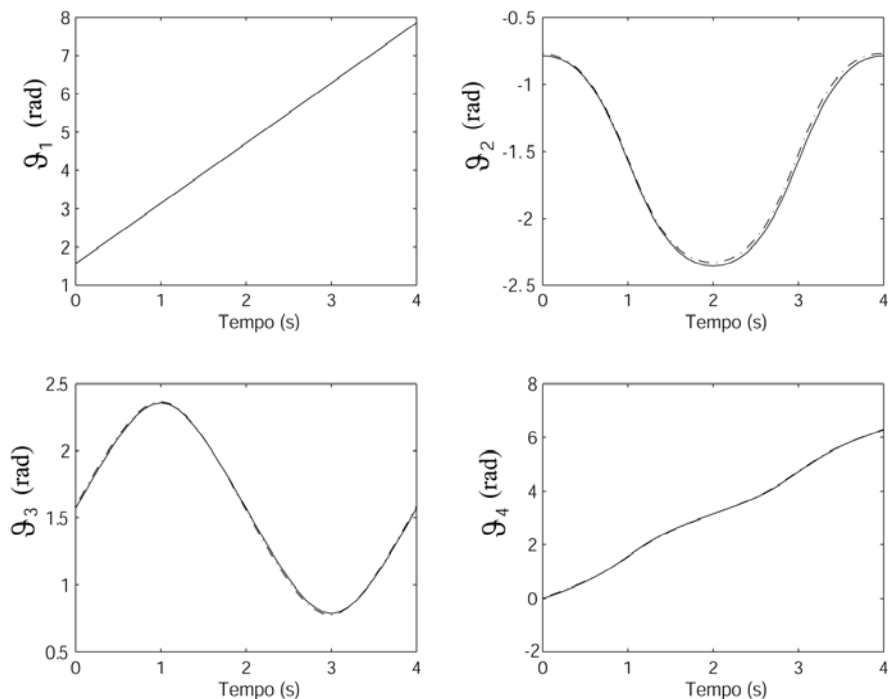


Figura 7. Andamento degli spostamenti angolari

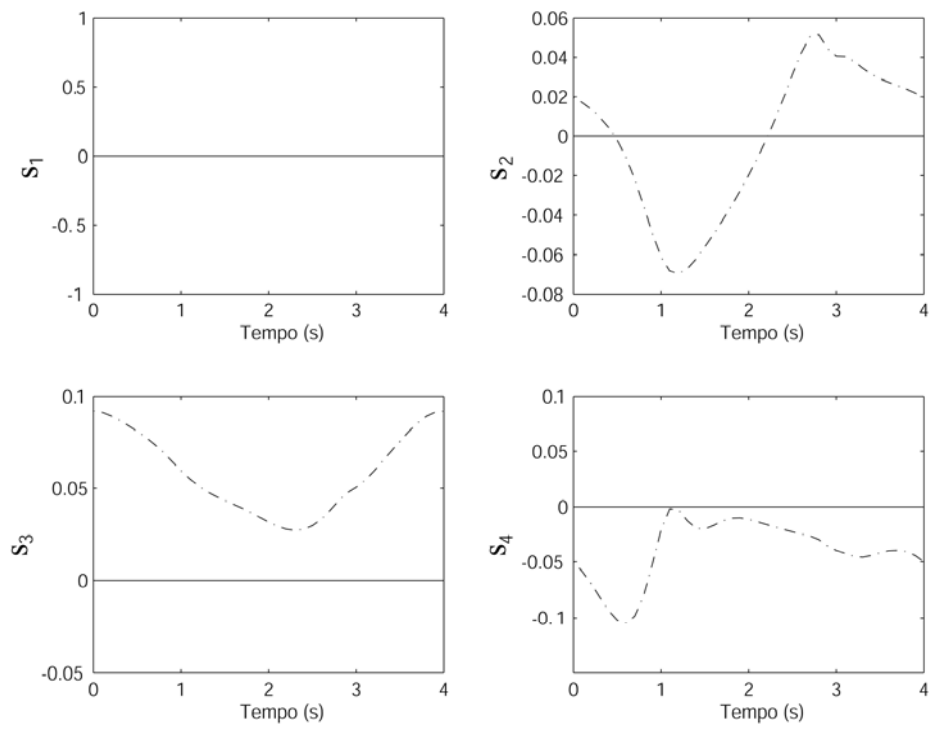


Figura 8. Andamento delle traslazioni lungo gli assi delle coppie cinematiche [mm]

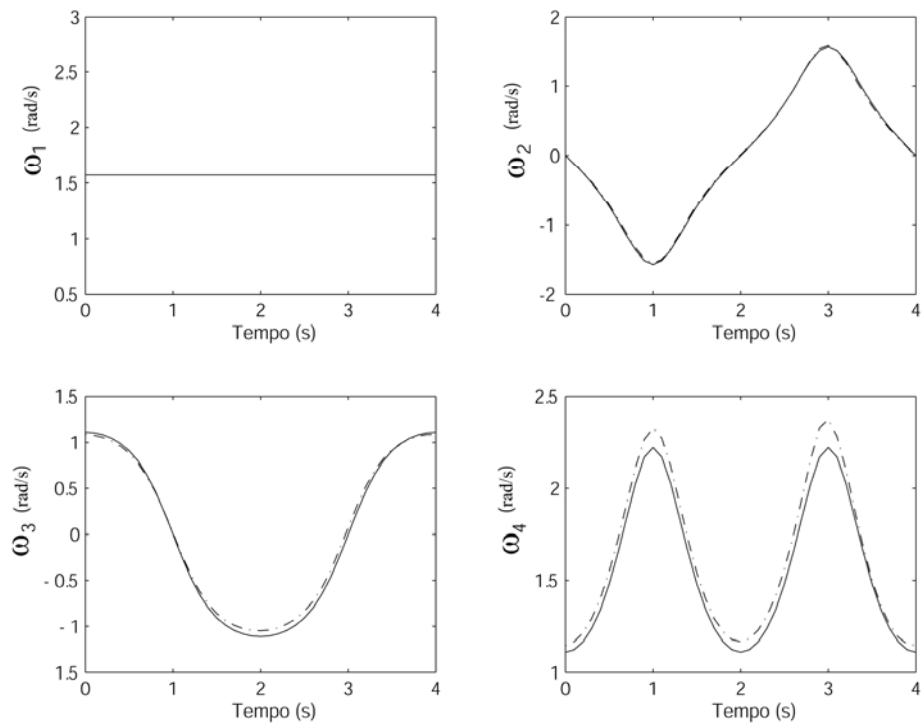


Figura 9. Andamento delle velocità angolari

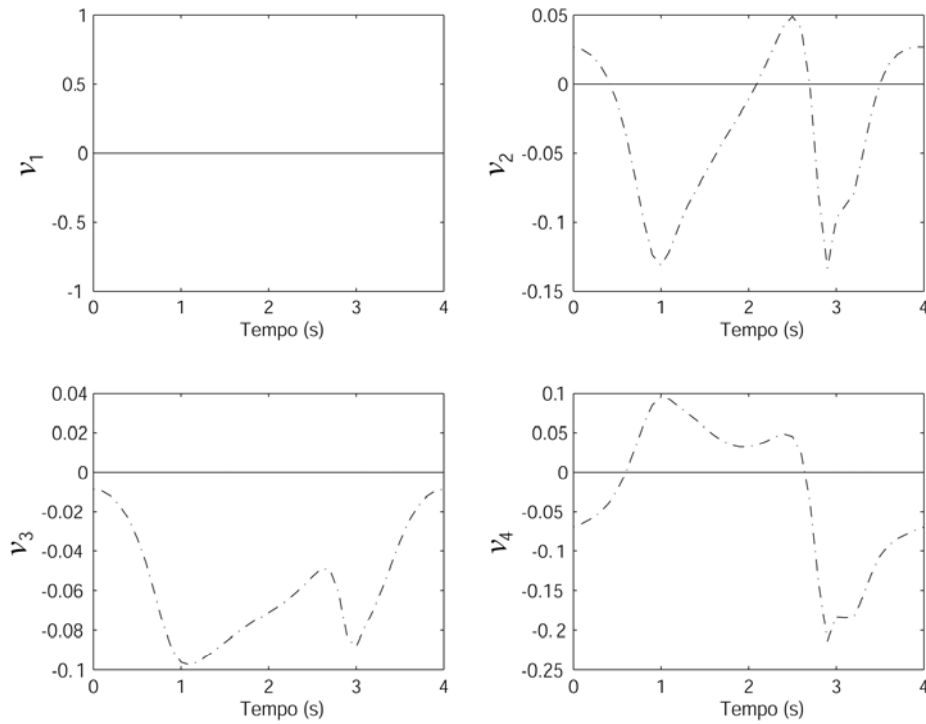


Figura 10. Andamento delle velocità di traslazione lungo l'asse delle coppie cinematiche [mm/s]

4.2. Analisi del rendimento

Per poter valutare l'effetto degli errori di montaggio e delle tolleranze sull'efficienza meccanica del giunto Cardanico è necessario condurre l'analisi dinamica del meccanismo. A questo scopo è stata impiegata l'equazione di Newton-Euler in forma duale [10,12] che consente di dedurre le reazioni vincolari duali (un unico vettore per forze e coppie di reazione). In condizioni di funzionamento non ideale nelle coppie cilindriche si ha scorrimento lungo l'asse della coppia. Considerando la presenza di attrito si genererà una forza di reazione lungo l'asse della coppia proporzionale al coefficiente di attrito $f=0.005$ [12]. La potenza dissipata nella singola coppia cilindrica può essere quindi valutata come il prodotto della forza di attrito per la velocità di scorrimento lungo l'asse della coppia. Il rendimento è stato calcolato considerando la perdita di potenza in ciascuna coppia cinematica rispetto alla potenza fornita in ingresso

$$\eta = 1 - \frac{P_{persa}}{P_{in}}, \quad (17)$$

dove P_{persa} è la sommatoria delle potenze perse nelle singole coppie. In Figura 11 viene riportato il confronto in condizioni di funzionamento ideali con quello in presenza di errori e tolleranze. Il rendimento, come è legittimo attendersi, risulta avere il medesimo andamento ma valori più bassi rispetto al caso ideale.

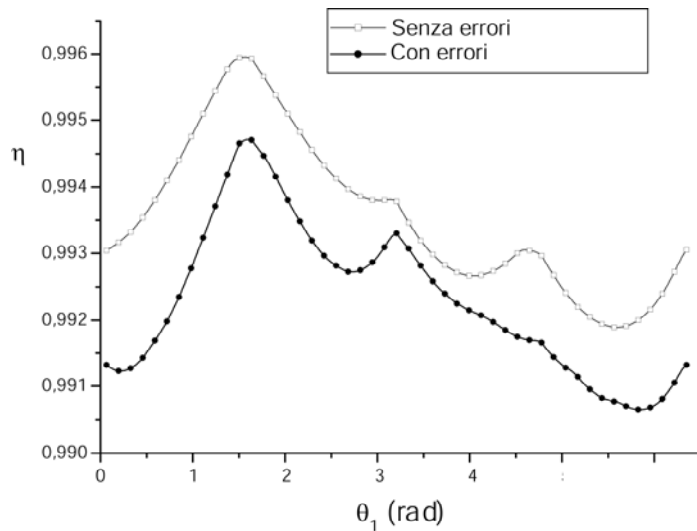


Figura 11. Influenza delle tolleranze sul rendimento del giunto Cardanico

5. Conclusioni

E' stato presentato l'impiego dell'algebra duale per la modellazione statistica delle tolleranze geometriche e dimensionali. Per gestire i dati statistici è stato inoltre impiegato il metodo di Monte Carlo. Le variabili stocastiche sono state generate automaticamente in modo casuale tenendo conto della loro distribuzione di probabilità (uniforme o Gaussiana). L'approccio proposto bene si presta all'applicazione a qualsiasi meccanismo spaziale in presenza di giochi e tolleranze. Come esempio applicativo si è riportato il caso di un giunto Cardanico. Nello specifico la presenza di giochi e tolleranze non influenza molto gli spostamenti e le velocità angolari. Molto sensibili risultano invece le traslazioni lungo gli assi delle coppie cilindriche, le velocità di traslazioni lungo i medesimi e la velocità angolare di output. E' stata inoltre condotta un'analisi della sensibilità del rendimento del giunto alla presenza di errori di assemblaggio e di costruzione.

Considerando gli elevati costi di produzione dei componenti meccanici, ed il peso che su di essi hanno l'entità delle tolleranze geometriche e dimensionali imposte, la metodologia proposta sembra essere un buono strumento predittivo dell'effetto che le tolleranze imposte hanno sul comportamento cinematico e dinamico del meccanismo in esame.

Bibliografia

- [1] Chun Zhang, Hsu Pin Wang, “Robust Design of Assembly and Machining Tolerance Allocations”, IIE Transactions, vol.30, 1998, pp.17-29
- [2] Gao, J., Chase, K.W., Magleby, S.P., “Global Coordinate Methods for Determining the Sensitivity in Assembly Tolerance Analysis”.
- [3] Fischer, I., Freudenstein, F., “Internal Force and Moment Transmission in a Cardan Joint with Manufacturing Tolerances”, ASME Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, vol.106, December 1984, pp.301-311
- [4] Chen, C.K., Freudenstein, F., “Dynamic Analysis of a Universal Joint with Manufacturing Tolerances”, ASME Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, vol.108, December 1986, pp.524-532
- [5] Chase, K.W., Parkinson, A.R., “A Survey of Research in the Application of Tolerance Analysis to the Design of Mechanical Assemblies”, ADCATS Report No. 91-1
- [6] Sacks, E., Joskowicz, L., “Parametric Kinematic Tolerance Analysis of General Planar Systems”, Computer-Aided Design, vol.30, No.9, 1998, pp.707-714
- [7] Fischer, I.S., “Dual-Number Methods in Kinematics, Statics and Dynamics”, CRC Press, Boca Raton, 1998.
- [8] Nikravesh, P., “Computer-Aided Analysis of Mechanical Systems”, Prentice-Hall, 1988.
- [9] Haug, E.,J., “Computer-Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems”, vol.I, Allyn and Bacon, 1989, pp.48-104.
- [10] Cecchini, E., Pennestrì, E., Stefanelli, R., Vita, L., “A Dual Number Approach to the Kinematic Analysis of Spatial Linkages with Dimensional and Geometric Tolerances”, in pubblicazione sugli atti Congresso ASME 2004 Salt Lake City, Utah, USA.
- [11] Fischer, I.S., “Dual-Number Methods in Kinematics, Statics and Dynamics”, CRC Press, Boca Raton, 1998.
- [12] Cavacece, M., Pennestrì, E., Valentini, P.P., Vita, L., “Analisi del Rendimento Meccanico di un Giunto Cardanico”, Proceedings of the XVI AIMETA National Congress, Ferrara, Italy, 2003.
- [13] Sacks, E., Joskowicz, L., “Parametric Kinematic Tolerance Analysis of General Planar Systems”, Computer-Aided Design, vol.30, No.9, 1998, pp.707-714
- [14] Chase, K.W., “Tolerance Allocation Methods”, ADCATS Report No.99-6, 1998
- [15] Yang, A.T., “Application of Quaternion Algebra and Dual Numbers to the Analysis of Spatial Mechanisms”, Tesi di dottorato, Columbia University, New York, 1963
- [16] Pennestrì, E., Vita, L., “Mechanical Efficiency Analysis of a Cardan Joint with Manufacturing Tolerances”, Atti del RAAD03, 12° Workshop Internazionale di Robotica, Cassino, 7-10 Maggio 2003, Paper n.053RAAD03
- [17] R. Cvetko, K. W. Chase, S. P. Magleby, “New metrics for evaluating Montecarlo tolerance analysis of assemblies”, Brigham Young University, Provo, Utah